Součet členů geometrické posloupnosti

Vzorec:

$$s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \qquad q \neq 1$$

$$s_n = a_1 \cdot n \qquad q = 1$$

Př.: Vypočítejte součet prvních deseti členů geometrické posloupnosti, jestliže první člen je 6 a kvocient je 3.

Dosadíme do vzorce pro součet posloupnosti:

$$s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$s_{10} = 6 \cdot \frac{3^{10} - 1}{3 - 1} = 6 \cdot \frac{59049 - 1}{2} = 3 \cdot 59048 = \underline{\underline{177144}}$$

Cv. 10.: Vypočítejte součet prvních 5 členů posloupnosti, jestliže první člen je 2 a kvocient je 3.

Cv. 11.: Určete součet prvních dvaceti členů geometrické posloupnosti, jestliže první člen je 10 a kvocient je -1.

Cv. 12.: Vypočítejte součet prvních 10 členů geometrické posloupnosti, která je dána vzorcem $a_n = 3^{n-1}$.

Cv. 13.: Vypočítejte součet prvních 8 členů geometrické posloupnosti $\left(3 \cdot 2^{n-1}\right)_{n=1}^{\infty}$.

Cv. 14.: Vypočítejte součet prvních 15 členů posloupnosti, která je dána rekurentním vzorcem $a_1 = 1024 \quad a_{n+1} = a_n \cdot 2$.

GEOMETICKÁ POSLOUPNOST

Definice: ***Geometrická posloupnost je posloupnost, která je dána rekurentním vzorcem $a_{n+1} = a_n \,.\, q$, kde $q \in R$.***

Označení:

q kvocient

Cv. 1.: Určete, zda následující posloupnosti jsou geometrické:

1) $a_1 = 1 \quad a_{n+1} = a_n \cdot 4$		
2) $a_1 = 0 \quad a_{n+1} = a_n - 3$		
3) $a_1 = \frac{1}{2} \quad a_{n+1} = a_n \cdot \frac{1}{4}$		
4) $a_1 = 1 \quad a_{n+1} = a_n \cdot 3$		
5) $a_1 = 16 \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{2}$		
6) $a_1 = -3 \quad a_{n+1} = a_n + 2^3$		

Cv. 2.: U geometrických posloupností ze cvičení 1. určete kvocient.

Př.: Určete geometrickou posloupnost rekurentním vzorcem, jestliže $a_1 = 4 \quad q = 5$.

Vycházíme z definice geometrické posloupnosti $\Rightarrow$ $a_{n+1} = a_n \cdot q$.

Dosadíme-li, dostaneme $\underline{\underline{a_1 = 4 \quad a_{n+1} = a_n \cdot 5}}$.

Cv. 3.: Určete geometrickou posloupnost rekurentním vzorcem, jestliže:

1) $a_1 = 3 \quad q = 2$		
2) $a_1 = -2 \quad q = 3$		
3) $a_1 = 4 \quad q = -1$		

Cv. 4.: U posloupností ze cvičení 3. určete první tři členy posloupnosti.

Cv. 5.: Určete, zda následující posloupnosti jsou geometrické a u geometrických posloupností určete kvocient:

1) 2; 4; 6; 8; ...		
2) 10; 7; 4; 1; ...		
3) 1; 3; 9; 27; ...		
4) 1000; 100; 10; ...		
5) 5; 10; 15; 20; ..		

Vzorec pro n-tý člen geometrické posloupnosti

Vzorec: **Vzorec pro n-tý člen geometrické posloupnosti je**

$a_n = a_1 \,.\, q^{n-1}.$

Př.: Určete geometrickou posloupnost vzorcem pro n-tý člen, jestliže

$a_1 = 4 \quad q = 5.$

Dosadíme do vzorce pro n-tý člen geometrické posloupnosti:

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$\underline{\underline{a_n = 4 \cdot 5^{n-1}}}$

Př.: Určete geometrickou posloupnost vzorcem pro n-tý člen, jestliže

$a_1 = 9 \quad q = 3.$

Dosadíme do vzorce pro n-tý člen geometrické posloupnosti:

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = 9 \cdot 3^{n-1} = 3^2 \cdot 3^{n-1} = 3^{2+n-1} = 3^{n+1}$

$\underline{\underline{a_n = 3^{n+1}}}$

Cv. 6.: Pro zadané posloupnosti určete vzorec pro n-tý člen:

1) $a_1 = 2 \quad q = 3$

2) $a_1 = 5 \quad q = \cdot\frac{1}{5}$

3) $a_1 = 4 \quad q = 2$

4) $a_1 = -5 \quad a_{n+1} = a_n \cdot 10$

5) $a_1 = 0 \quad a_{n+1} = a_n \cdot \frac{1}{2}$

6) 2; 6; 18; 54; ...

7) 16; 8; 4; 2; ...

Cv. 7.: Následující posloupnosti určete všemi způsoby:

1) $a_1 = 5 \quad q = -2$

2) 1; 5; 25; 125; ..

3) $a_1 = 8 \quad a_{n+1} = a_n \cdot 2$

Cv. 8.: Vypočítejte 10. člen posloupnosti $a_1 = -3 \quad a_{n+1} = a_n \cdot 2.$

Cv. 9.: Vypočítejte podíl 15. a 13. členu posloupnosti: 3; 9; 27; ...