

Složitější příklady

Cv. 32.: Pro aritmetickou posloupnost platí $a_5 - a_1 = 12$, $a_3 = 7$. Určete a_{12} .

Cv. 33.: Pro aritmetickou posloupnost platí $a_1 = -7$; $a_2 = -5$. Kolik prvních členů této posloupnosti musíme sečíst, aby součet vyšel 0.

Cv. 34.: Vypočítejte: $65 + 59 + 53 + \dots + (-7) + (-13) + (-19) =$

Cv. 35.: Určete první člen a diferenci aritmetické posloupnosti, pro kterou platí $s_1 = -1$; $s_3 = 9$.

Cv. 36.: V kruhové aréně cirkusu jsou v jednom ze sektorů uspořádána sedadla pro diváky tak, že v první řadě je 8 sedadel a v každé další řadě je o jedno sedadlo více než v řadě předchozí. Vypočítejte počet sedadel v daném sektoru, jestliže je tam 22 řad.



Cv. 37.: V sedmi regálech je srovnáno 259 knih tak, že v každém následujícím regálu je o 4 knihy více než v předchozím. Vypočítejte, kolik knih je uloženo v regálu s největším počtem knih.

ARITMETICKÁ POSLOUPNOST

Definice: Aritmetická posloupnost je posloupnost, která je dána rekurentním vzorcem $a_{n+1} = a_n + d$, kde $d \in \mathbb{R}$.

Označení:

d

diference

Cv. 1.: Určete, zda následující posloupnosti jsou aritmetické:

1)	$a_1 = 1$	$a_{n+1} = a_n + 4$		
2)	$a_1 = 0$	$a_{n+1} = a_n - 3$		
3)	$a_1 = \frac{1}{2}$	$a_{n+1} = a_n + 1$		
4)	$a_1 = 1$	$a_{n+1} = a_n \cdot 3$		
5)	$a_1 = 16$	$a_{n+1} = \frac{a_n}{2}$		
6)	$a_1 = -3$	$a_{n+1} = a_n + 2^3$		

Cv. 2.: U aritmetických posloupností ze cvičení 1. určete diferenci.

Př.: Určete aritmetickou posloupnost rekurentním vzorcem, jestliže $a_1 = 4$ $d = 5$.

Vycházíme z definice aritmetické posloupnosti $\Rightarrow a_{n+1} = a_n + d$.

Dosadíme-li, dostaneme $a_1 = 4$ $a_{n+1} = a_n + 5$.

Cv. 3.: Určete aritmetickou posloupnost rekurentním vzorcem, jestliže:

1) $a_1 = 3$ $d = 2$		
2) $a_1 = -2$ $d = 3$		
3) $a_1 = 4$ $d = -1$		

Cv. 4.: U posloupností ze cvičení 3. určete první tři členy posloupnosti.

Cv. 5.: Určete, zda následující posloupnosti jsou aritmetické a u aritmetických posloupností určete diferenci:

1) 2; 4; 6; 8; ...		
2) 10; 7; 4; 1; ...		
3) 1; 3; 9; 27; ...		
4) 1000; 100; 10; ...		
5) 5; 10; 15; 20; ..		

Vzorec pro n-tý člen aritmetické posloupnosti

Vzorec: Vzorec pro n-tý člen aritmetické posloupnosti je

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

Př.: Určete aritmetickou posloupnost vzorcem pro n-tý člen, jestliže

$$a_1 = 4 \quad d = 5.$$

Dosadíme do vzorce pro n-tý člen aritmetické posloupnosti:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$a_n = 4 + (n - 1) \cdot 5 = 4 + 5n - 5 = 5n - 1$$

$$\underline{a_n = 5n - 1}$$

Další příklady

Cv. 21.: Určete diferenci posloupnosti, jestliže $a_1 = -7$ a $a_{10} = 20$.

Cv. 22.: Určete aritmetickou posloupnost rekurentním vzorcem, jestliže $a_1 = 5$ a $a_{15} = 61$.

Cv. 23.: Určete diferenci posloupnosti, jestliže $a_8 = 1$ a $a_{20} = 13$.

Cv. 24.: Určete aritmetickou posloupnost rekurentním vzorcem, jestliže $a_4 = 2$ a $a_{25} = -40$.

Cv. 25.: Vypočítejte 45. člen aritmetické posloupnosti, jestliže $a_5 = 40$ a $a_{60} = 590$.

Cv. 26.: Určete 8. člen aritmetické posloupnosti, jestliže první člen jsou 2 a součet prvních 8 členů je 72.

Cv. 27.: Určete 20. člen aritmetické posloupnosti, jestliže $a_1 = 4$ a součet prvních 20 členů je 460. Jakou diferenci má tato posloupnost?

Cv. 28.: Určete první člen aritmetické posloupnosti, jestliže $a_5 = 13$ a součet prvních 5 členů je 45.

Cv. 29.: Kolik členů aritmetické posloupnosti musíme sečíst, aby součet vyšel 245? První člen této posloupnosti je 2.

Cv. 30.: Kolik členů aritmetické posloupnosti musíme sečíst, aby součet vyšel 9700? První člen této posloupnosti je -2.

Cv. 31.: Určete rekurentní vzorec aritmetické posloupnosti, jestliže platí:

$$a_3 + a_5 = 10$$

$$a_8 - a_5 = 6.$$