a) $28x^2$ b) $-2x^2$ c) $22x^2$ d) $52x^2$

2) $(3x^2y)^3$ je:

a) $27x^6y^3$ b) $3x^5y^3$ c) $3x^6y^3$ d) $27x^5y^3$

3) Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (ANO), nebo nepravdivé (NE):

a)	$x^3 \cdot x^4 = x^7$	ANO	NE
b)	$\dfrac{x^{10}}{x^3} = x^7$	ANO	NE
c)	$(x-3)^2 = x^2 - 9$	ANO	NE
d)	$\dfrac{2x}{3} \cdot \dfrac{9x}{2} = 3x^2$	ANO	NE
e)	$\dfrac{x^2-16}{x+4} = x-4$	ANO	NE

2) Rozhodněte, zda podmínky pravdivosti výrazů jsou pravdivé (ANO), nebo nepravdivé (NE):

a)	$\dfrac{16}{x+4}$	$x \neq -4$	ANO	NE
b)	$\dfrac{5}{x^2-4}$	$x \neq 4$	ANO	NE
c)	$\dfrac{x-5}{2x+12}$	$x \neq -6$	ANO	NE

Autor: Mgr. Lechnerová

Lomené výrazy

Definice **Lomený výraz je zlomek, který má ve jmenovateli mnohočlen.**

Příklad:

$$\frac{4}{x} \qquad \frac{2}{x+3} \qquad \frac{x-1}{x+2} \qquad \frac{2x+4}{x^2-4}$$

Protože lomený výraz je zlomek, musíme nejdříve určit, kdy má výraz smysl (obor pravdivosti – definiční obor výrazu – podmínky). ***Pozor! Ve jmenovateli každého zlomku nesmí být nula.***

Příklad:

Určete, kdy mají následující výrazy smysl (podmínky):

1) $\dfrac{4}{x}$	Ve jmenovateli je x. Tedy: P: $x \neq 0$
2) $\dfrac{2}{x+3}$	Ve jmenovateli je x+3. Tedy: $x+3 \neq 0$ P: $x \neq -3$
3) $\dfrac{x-1}{x-2}$	Ve jmenovateli je x-2. Tedy: $x-2 \neq 0$ P: $x \neq 2$
4) $\dfrac{2x+4}{x^2-4}$	Ve jmenovateli je x^2-4. Tento výraz můžeme rozložit podle vzorce:

	$x^2-4=(x+2)\cdot(x-2)$ $(x+2)\cdot(x-2)\neq 0$ $P:\ x\neq -2;\ 2$

Cv. 1.:

Určete, obor pravdivosti následujících výrazů:

1) $\dfrac{2x+4}{x+2}$

2) $\dfrac{6x-3}{2x-1}$

3) $\dfrac{7x^2-7x}{2\cdot(x-1)}$

4) $\dfrac{x-4}{4-x}$

5) $\dfrac{6y-9}{3-2y}$

6) $\dfrac{x+5}{x^2-25}$

7) $\dfrac{2x^2+6x}{x^2-9}$

8) $\dfrac{b^2-9}{b^2-6b+9}$

9) $\dfrac{p^2-10p+25}{p^2-25}$

10) $\dfrac{a^2+2a}{a^2+4a+4}$

Úprava lomených výrazů

Tak jako zlomky upravujeme na základní tvar $\left(\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}\right)$, tak budeme upravovat i lomené výrazy na jejich nejjednodušší tvar – základní tvar. Upravujeme vždy krácením. Krátit můžeme pouze, když je v čitateli i ve jmenovateli součin.

Příklad: Zjednodušte výrazy:

1) $\dfrac{\cancel{2x}y}{\cancel{2x}}=y$

2) $\dfrac{3\cdot\cancel{(x-1)}}{\cancel{x-1}}=3$

3) $\dfrac{x+3}{x+1}=$ nelze krátit

Cv. 10.:

1) $\dfrac{5a-5b}{4a+4b}\cdot\dfrac{8a+8b}{a-b}$

2) $\dfrac{a^2-b^2}{a^2}\cdot\dfrac{a}{(a+b)^2}$

3) $\dfrac{x^2-4y^2}{x^2-xy}\cdot\dfrac{x-y}{x^2+2xy}\cdot x^2$

4) $\dfrac{2x^2+8x+8}{x-2}\cdot\dfrac{2x-4}{4x+8}$

5) $\dfrac{3a+6b}{a-b}:\dfrac{a+2b}{2ab-2b^2}$

6) $\dfrac{c+d}{c-d}:\dfrac{c^2+cd}{c^2-d^2}$

Cv. 11.:

1) $1-\dfrac{2}{x}=$

2) $\dfrac{5}{x-4}\cdot\dfrac{4(x-4)}{10}=$

3) $\dfrac{8(x+2)}{x}:\dfrac{16x+32}{x}=$

4) $\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}\right)\cdot x^2=$

5) $\left(\dfrac{x}{x+1}+1\right):(x+1)=$

6) $\left(\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x-1}\right)\cdot\left(x^2-1\right)=$

7) $\left(1+\dfrac{x}{1-x}\right):\dfrac{1+x}{1-x}=$

Cv. 12.:

1) $\left(\dfrac{1}{a+1}+\dfrac{1}{a-1}\right)\cdot\dfrac{a^2-1}{a}$

2) $\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}\right)\cdot\dfrac{a^2}{a-b}$

3) $\left(\dfrac{1}{z+1}-\dfrac{2z}{z^2-1}\right)\cdot\left(\dfrac{1}{z}-1\right)$

4) $\left(y+1+\dfrac{1}{2y-1}\right)\cdot\left(y-1+\dfrac{1}{2y+1}\right)$

5) $\left(\dfrac{3}{1+x}-1\right)\cdot\left(\dfrac{3}{2-x}-1\right)$

6) $\left(\dfrac{3}{x+3}-\dfrac{2}{x-3}\right):\dfrac{x-15}{x-3}$

Testík

1) $10x^2+3x\ .\ 4x$ je:

Cv. 8.:

1) $\frac{x}{2}\cdot\frac{4}{x}=$

2) $\frac{6x^2}{5}\cdot\frac{5}{2x}=$

3) $\frac{x-1}{14}\cdot\frac{7}{x-1}=$

4) $\frac{x^2-x}{2}\cdot\frac{4x}{x-1}=$

5) $\frac{x^2-4}{4}\cdot\frac{12}{x+2}=$

6) $\frac{(x+1)^2}{3x}\cdot\frac{6x}{x+1}=$

7) $\frac{2x-6}{x}\cdot\frac{2x}{x-3}=$

8) $\frac{x-5}{5}\cdot\frac{10}{x^2-25}=$

Dělení

Lomené výrazy dělíme tak, že první lomený výraz násobíme převrácenou hodnotou druhého lomeného výrazu.

Příklad:

$\frac{2}{3x}:\frac{2}{6x}=$ převrátíme $\frac{2}{3x}\cdot\frac{6x}{2}=\frac{2}{1}=2$ P: $x\neq 0$

$\frac{x}{x-1}:\frac{2x}{x-1}=\frac{x}{x-1}\cdot\frac{x-1}{2x}=\frac{1}{2}$ P: $x\neq 1;\ x\neq 0$!!!

$\frac{6x}{x^2-4}:\frac{3x}{x+2}=\frac{6x}{x^2-4}\cdot\frac{x+2}{3x}=\frac{2}{x-2}$ P: $x\neq \pm 1;\ x\neq 0$!!!

Cv. 9.:

1) $\frac{6}{x}:\frac{3}{x}=$

2) $\frac{x+3}{x}:\frac{x+3}{3x}=$

3) $\frac{(x+4)^2}{2x}:\frac{x+4}{4x}=$

4) $\frac{2x-4}{3}:\frac{x-2}{3x}=$

5) $\frac{5}{x+3}:\frac{5}{x^2-9}=$

6) $\frac{x}{x-2}:\frac{2x}{x^2-4}=$

Cv. 2.:

Zjednodušte výrazy:

1) $\frac{3xy}{x}=$

2) $\frac{x^2y^3}{xy}=$

3) $\frac{4x}{x^2}=$

4) $\frac{3(x-3)}{2(x-3)}=$

5) $\frac{5(x+2)}{10(x+2)}=$

6) $\frac{(x+2)\cdot(x-2)}{x-2}=$

7) $\frac{x+5}{(x+5)\cdot(x-5)}=$

8) $\frac{(x+7)^2}{x+7}=$

Cv. 3.:

Zjednodušte výrazy:

1) $\frac{3x+6}{x+2}=$

2) $\frac{10x-5}{2x-1}=$

3) $\frac{3x-6}{2x-4}=$

4) $\frac{v^2+v}{va+v}=$

5) $\frac{x-3}{3-x}=$

6) $\frac{4a-8}{10-5a}=$

Cv. 4.:

Zjednodušte výrazy:

1) $\frac{x^2-4}{x-2}=$

2) $\frac{x+4}{x^2-16}=$

3) $\frac{x^2-9}{2x-6}=$

4) $\frac{x^2+2x+1}{x+1}=$

5) $\frac{x^2-6x+9}{x-3}=$

6) $\frac{x^2+10x+25}{x^2-25}=$

Cv. 5.:

Doplňte chybějící čitatele nebo jmenovatele tak, aby se zlomky rovnaly:

1) $\frac{2x}{3} = \frac{}{6}$

2) $\frac{3x}{5} = \frac{9x}{}$

3) $\frac{x-3}{4} = \frac{}{12}$

4) $\frac{x}{x+5} = \frac{3x}{}$

5) $\frac{2x}{x-3} = \frac{}{x^2-9}$

6) $\frac{x+5}{x} = \frac{x^2-25}{}$

7) $\frac{1}{x-3} = \frac{}{x^2-6x+9}$

8) $\frac{x+4}{2} = \frac{x^2+8x+16}{}$

Matematické operace s lomenými výrazy

Sčítání a odčítání

Lomené výrazy sčítáme nebo odčítáme pouze se stejným jmenovatelem. Proto nejdříve převedeme na stejný jmenovatel. Pak sečteme čitatele a jmenovatele opíšeme. Pozor na podmínky!!

Příklad:

$\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2\cdot b + 1\cdot a}{ab} = \frac{2b+a}{ab}$ P: $a \neq 0;\ b \neq 0$

$\frac{1}{x} + \frac{3}{2x} = \frac{1\cdot 2 + 3}{2x} = \frac{5}{2x}$ P: $x \neq 0$

$\frac{2}{x} - \frac{2}{x+1} = \frac{2\cdot(x+1) - 2\cdot x}{x\cdot(x+1)} = \frac{2x+2-2x}{x\cdot(x+1)} = \frac{2}{x\cdot(x+1)}$ P: $x \neq 0;\ x \neq -1$

$\frac{3}{4x} - \frac{2}{3x} = \frac{3\cdot 3 - 2\cdot 4}{12x} = \frac{9-8}{12x} = \frac{1}{12x}$ P: $x \neq 0$

Cv. 6.:

Určete společného jmenovatele:

1)	$a+1$	a	6)	a^2-1	$a+1$
2)	$3a$	a^2	7)	$3x+6$	$(x+2)^2$
3)	$2x$	$4x^2$	8)	$4x+4$	x^2+2x+1
4)	$2x-4$	$x-2$	9)	x^2+3x	x^2-9
5)	y^2+4y	$2y+8$	10)	b^2-16	$b^2-8b+16$

Cv. 7.:

1) $\frac{2}{x} - \frac{3}{x} =$

2) $\frac{2}{x} - \frac{3}{2x} =$

3) $\frac{1}{x} + \frac{1-x}{x^2} =$

4) $\frac{1}{3x} + \frac{1}{5x} + \frac{4}{15x} =$

5) $\frac{2x+5}{x+2} - 2 =$

6) $\frac{2x-3}{3x} - \frac{x-2}{2x} =$

4) $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} =$

5) $\frac{2}{x^2-4} + \frac{1}{x+2} =$

Násobení

Násobíme čitatele čitatelem a jmenovatele jmenovatelem.

Příklad:

$\frac{2}{x} \cdot \frac{3}{y} = \frac{2\cdot 3}{x\cdot y} = \frac{6}{xy}$ P: $x \neq 0;\ y \neq 0$

$\frac{x+1}{x} \cdot \frac{2x}{x+1} =$ krátíme $\frac{\cancel{x+1}}{\cancel{x}} \cdot \frac{2\cancel{x}}{\cancel{x+1}} = \frac{1}{1} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2}{1} = 2$ P: $x \neq 0;\ x \neq -1$

$\frac{x}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x} =$ vzorec $\frac{x}{x-1} \cdot \frac{(x+1)\cdot(x-1)}{x} =$

krátíme $\frac{1}{1} \cdot \frac{x+1}{1} = x+1$ P: $x \neq 0;\ x \neq 1$