

vzorec

$$K_t = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^t$$

Nyní dosadíme do vzorce:

$$15000 = 10000 \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right)^t$$

10000 převedeme na levou stranu

$$\frac{15000}{10000} = \left(1 + \frac{4}{100}\right)^t$$

upravíme

$$1,5 = 1,04^t$$

exponent neodhadneme, a proto rovnici

$$\log 1,5 = \log(1,04^t)$$

zlogaritmuje

$$\log 1,5 = t \cdot \log 1,04$$

využijeme vzorců a rovnici upravíme

$$\frac{\log 1,5}{\log 1,04} = t$$

$$t = 10,338035... \doteq \underline{\underline{11 \text{ let}}}$$

Na vkladní knížce budeme mít aspoň 15000 Kč za 11 let.

Cv. 13.: Průměrný roční přírůstek dřeva v lese jsou 3 %. Za kolik roků se množství dřeva zdvojnásobí? Využijte vzorec z příkladu.

Cv. 14.: Nákupní cena stroje byla 100000 Kč. Po kolika letech klesne jeho hodnota na polovinu nákupní ceny, jestliže se ročně odepisuje 15 % jeho dosavadní hodnoty? Při snižování hodnoty se využívá vztah

$$C_t = C_0 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^t$$

Autor: Mgr. Lechnerová

Publikace neprošla jazykovou úpravou a je určena pro vnitřní potřebu školy.

LOGARITMUS

Definice: Logaritmus čísla x při základu a je exponent y , na který musíme umocnit základ a , abychom dostali číslo x .

Nebo-li: $\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$

Příklad 1: $\log_2 4 =$

Ptáme se 2 na kolikátou jsou 4?

$$2^? = 4$$

$$2^2 = 4$$

Proto $\log_2 4 = \underline{2}$

Příklad 2: $\log_3 81 =$

$$3^? = 81$$

$3^4 = 81$ tedy $\log_3 81 = \underline{4}$

Cv. 1.: Určete logaritmus čísel:

1) $\log_2 16 =$	6) $\log_6 1296 =$
2) $\log_3 27 =$	7) $\log_{10} 100 =$
3) $\log_5 25 =$	8) $\log_{10} 10000 =$
4) $\log_2 1024 =$	9) $\log_{10} 1000000 =$
5) $\log_4 4096 =$	10) $\log_{10} 1 =$

Cv. 2.: Určete logaritmus čísel:

1) $\log_2 \frac{1}{4} =$	6) $\log_3 \frac{1}{81} =$
2) $\log_3 \frac{1}{27} =$	7) $\log_{10} \frac{1}{100} =$
3) $\log_5 \frac{1}{25} =$	8) $\log_{10} 0,001 =$
4) $\log_6 \frac{1}{36} =$	9) $\log_{10} 0,000001 =$
5) $\log_2 \frac{1}{16} =$	10) $\log_5 0,04 =$

Cv. 3.: Určete logaritmus čísel:

1) $\log_4 2 =$	5) $\log_{27} 3 =$
2) $\log_{16} 4 =$	6) $\log_{81} 3 =$
3) $\log_9 3 =$	7) $\log_{16} 2 =$
4) $\log_8 2 =$	8) $\log_{125} 5 =$

Cv. 4.: Určete neznámou x , jestliže platí:

- | | |
|-----------------------------|-------|
| 1) $\log_2 x = 3$ | $x =$ |
| 2) $\log_3 x = 4$ | $x =$ |
| 3) $\log_5 x = -2$ | $x =$ |
| 4) $\log_2 x = -3$ | $x =$ |
| 5) $\log_8 x = \frac{1}{3}$ | $x =$ |

Příklad:

$$\log_4 64 =$$

Pokud nevíme, převedeme na dekalický logaritmus a použijeme kalkulačku:

$$\log_4 64 = \frac{\log 64}{\log 4} = \frac{1,80617997...}{0,602059991...} = 3$$

Počítejte s přesností
kalkulačky.

Příklad:

$$\log_2 4096 =$$

$$\log_2 4096 = \frac{\log 4096}{\log 2} = \underline{\underline{12}}$$

Příklad:

$$\log_3 420,89 =$$

$$\log_3 420,89 = \frac{\log 420,89}{\log 3} = \frac{2,624168...}{0,477121...} = \underline{\underline{5,5}}$$

Cv. 10.: Určete logaritmus ve cvičení 1. a 2. pomocí „zajímavého“ vzorce.

Cv. 11.: Vypočtete $z \in \mathbb{R}$, jestliže platí: $z = \log_3 54 - \log_3 2$

Cv. 12.: Vypočtete $z \in \mathbb{R}$, jestliže platí: $z = \log_6 4 + \log_6 54$

Příklady z praxe

Příklad:

Počáteční kapitál 10000 Kč uložíme na vkladní knížku s úrokovou sazbou 4 % p.a. Za kolik let budeme mít na vkladní knížce aspoň 15000 Kč, jestliže jsme po celou dobu žádný další kapitál neukládali?

počáteční kapitál

$$K_0 = 10000 \text{ Kč}$$

zúročený kapitál

$$K_t = 15000 \text{ Kč}$$

doba úročení

$$t = ?$$

úroková sazba

$$p = 4 \% \text{ p.a. (úrok připisujeme za rok)}$$

DEKALICKÝ LOGARITMUS

Definice: Dekalický logaritmus je logaritmus o základu 10.

Označení: $\log_{10} x = \log x$

Příklad:

Určete dekalický logaritmus čísel (využijte kalkulačku):

log 100 =	2
log 5 =	0,6989700... \doteq 0,6990
log 49 =	1,69019608... \doteq 1,6902
log 0,58 =	-0,2365720... \doteq -0,2366
log 0,005 =	-2,301029995... \doteq -2,3010

Cv. 9.: Určete logaritmus čísel (výsledek zaokrouhlete na 4 desetinná místa):

1) $\log 7 =$	5) $\log 0,2 =$
2) $\log 70 =$	6) $\log 1,56 =$
3) $\log 2345 =$	7) $\log 0,007 =$
4) $\log 127789 =$	8) $\log 0,07 =$

Zajímavý vzorec

Vzorec: $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$



Pomocí tohoto vzorce můžete převést libovolný logaritmus na dekalický, který můžeme vypočítat pomocí kalkulačky.

Cv. 5.: Určete neznámou a , jestliže platí:

- 1) $\log_a 16 = 2$ a =
- 2) $\log_a 27 = 3$ a =
- 3) $\log_a 32 = 5$ a =
- 4) $\log_a \frac{1}{9} = -2$ a =
- 5) $\log_a 5 = \frac{1}{2}$ a =
- 6) $\log_a 16 = \frac{1}{4}$ a =

Cv. 6.: Doplňte chybějící čísla tak, aby platila rovnost. Chybějící číslo je označeno „?“.

- 1) $\log_3 \frac{1}{81} = ?$? =
- 2) $\log_2 ? = 4$? =
- 3) $\log_7 1024 = 5$? =
- 4) $\log_{25} ? = \frac{1}{2}$? =
- 5) $\log_7 \frac{81}{16} = -4$? =
- 6) $\log_7 3125 = 5$? =
- 7) $\log_{49} ? = \frac{1}{2}$? =

VZORCE PRO LOGARITMY

Vzorce pro počítání s logaritmy:

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^y = y \cdot \log_a x$$

Příklad:

$$1) \log_2(3 \cdot 5) = \log_2(3 \cdot 5) = \log_2 3 + \log_2 5 \quad \text{vzorec 1}$$

$$2) \log_3 \frac{2}{5} = \log_3 \frac{2}{5} = \log_3 2 - \log_3 5 \quad \text{vzorec 2}$$

$$3) \log_2 5^3 = \log_2 5^3 = 3 \log_2 5 \quad \text{vzorec 3}$$

Příklad: obráceně:

$$1) \log_6 3 + \log_6 12 = \log_6 3 + \log_6 12 = \log_6(3 \cdot 12) = \log_6 36 = \underline{\underline{2}} \quad \text{vzorec 1}$$

$$2) \log_2 10 - \log_2 5 = \log_2 10 - \log_2 5 = \log_2 \frac{10}{5} = \log_2 2 = \underline{\underline{1}} \quad \text{vzorec 2}$$

$$3) \log_2 4^2 = \log_2 4^2 = 2 \cdot \log_2 4 = 2 \cdot 2 = \underline{\underline{4}} \quad \text{vzorec 3}$$

Cv. 7.: Určete logaritmus pomocí vzorců:

1) $\log_2 \sqrt{2} =$	4) $\log_2(\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{16}) =$
2) $\log_3 \sqrt[4]{9} =$	5) $\log_4(\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{16}) =$

3) $\log_5 \sqrt[3]{125^5} =$	6) $\log_2 \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{32}} =$
-------------------------------	--

Cv. 8.: Určete logaritmus pomocí vzorců:

1) $\log_6 3 + \log_6 12 =$	5) $\log_9 18 - \log_9 2 =$
2) $\log_8 4 + \log_8 16 =$	6) $4 \cdot \log_9 3 =$
3) $\log_6 24 - \log_6 4 =$	7) $3 \cdot \log_8 4 =$
4) $\log_9 3 - \log_9 27 =$	8) $\log_{15} 3 + \log_{15} 25 - \log_{15} 5 =$